

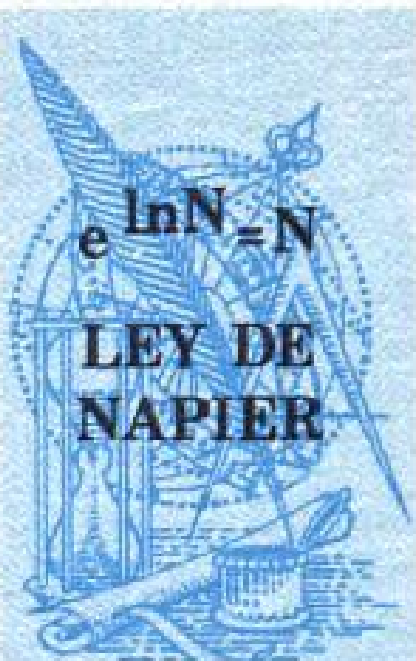
# 对数的概念与运算性质 (1)

上海市曹杨第二中学 郭天翔

# 改变世界的十个著名公式



NICARAGUA



$$e^{\ln N} = N$$

LEY DE  
NAPIER

AEREO

25

CENTAVOS



LAS 10 FORMULAS MATEMATICAS QUE CAMBIARON LA FAZ DE LA TIERRA

# 天文中的大数计算

$1\ 15\ 23 = 18^{\circ}\ 50'\ 40''$ $-\ 8\ 20$ <hr/> $18\ 42\ 30$	$R$ $18\ 42\ 30$ $58\ 47\ 20$ $29\ 51\ 01$ $67\ 21\ 20$ <hr/> $15\ 28\ 29$ $7\ 5\ 40$ <hr/> $22\ 34\ 09$ $81\ 31\ 0$ <hr/> $58\ 56\ 51$	$9.9381835$ $Lat\ 29\ 51\ 01\ 0.0618165$ $Lat\ 37\ 30\ 19\ 9.8994359$ $S\ 58\ 47\ 20\ 9.9321001$ $S\ 51\ 28\ 05\ 9.8933525$ <hr/> $S\ 37\ 30\ 19\ 9.7844993$ $0.2155007$ <hr/> $S\ 29\ 51\ 01\ 9.6969997$ $S\ 18\ 42\ 30\ 9.5297427$ <hr/> $S\ 15\ 28\ 29\ 9.4422431$
at Hudsons Bay at 2 <sup>d</sup> Int. Cont.		
$7\ 0\ 48 = 105^{\circ}\ 12'\ 0''$ $13\ 40$ <hr/> $74\ 34\ 20 = 105\ 25\ 40$	$R$ $74\ 34\ 20$ $58\ 47\ 20$ $9\ 9\ 22$ $67\ 26\ 0$ <hr/> $30\ 39\ 30$ $7\ 0\ 0$ <hr/> $37\ 39\ 30$ $98\ 29\ 0$ <hr/> $136\ 8\ 30$ <del><math>67\ 26\ 0</math></del> $43\ 57\ 30$ <del><math>77\ 41\ 15</math></del>	$9.9944309$ $Lat\ 9\ 9\ 22\ 0.0055641$ $Lat\ 76\ 35\ 22\ 9.3653516$ $S\ 58\ 47\ 20\ 9.9321001$ $S\ 11\ 38\ 26\ 9.3030208$ <hr/> $S\ 76\ 35\ 22\ 9.9879937$ $0.0120063$ <hr/> $S\ 9\ 9\ 22\ 9.2017383$ $S\ 74\ 34\ 20\ 9.5597429$ <hr/> <del><math>S\ 3\ 10\ 15\ 8.7494073</math></del> $30\ 39\ 30\ 9.7728866$

# 对数的发现



纳皮尔  
1550-1617



《奇妙的对数说明书》  
1614

# 引例

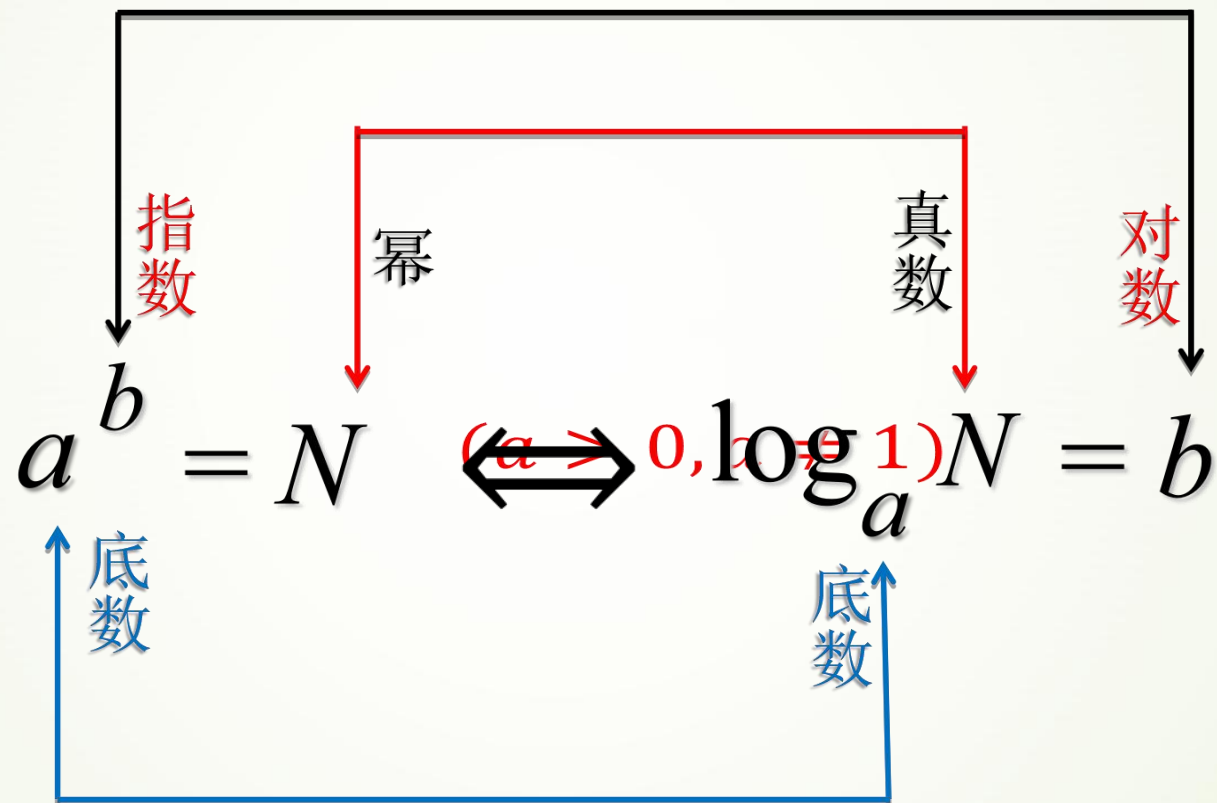
某人在银行存入1万元，若年利率为5%，且按年计复利.

- (1) 经过5年连本带利为多少万元？
- (2) 经过多少年才能连本带利为5万元？

# 对数的概念

- 一般地，如果 $a(a > 0, a \neq 1)$ 的 $b$ 次幂等于 $N$ ，即 $a^b = N$ ，那么数 $b$ 叫做以 $a$ 为底 $N$ 的**对数** (logarithm)，记作  $\log_a N = b$ ，其中 $a$ 叫做对数的**底数**，简称底， $N$ 叫做对数的**真数**.

# 对数的概念





# 对数概念辨析

在对数式 $\log_a N = b$ 中:

- ▶ 底数 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ;
- ▶ 零和负数没有对数, 真数为正数, 即 $N > 0$ .



例1 将下列指数式化为对数式，对数式化为指数式：

(1)  $5^4 = 625;$

(2)  $2^{-5} = \frac{1}{32};$

(3)  $\log_{\frac{1}{2}} 16 = m;$

(4)  $\log_3 9 = n.$

# 对数的性质

- $\log_a 1 = 0 (a > 0, a \neq 1);$
- $\log_a a = 1 (a > 0, a \neq 1);$
- $a^{\log_a N} = N (a > 0, a \neq 1, N > 0).$



例2 求下列各式的值：

$$(1) \log_e 1 = 0$$

$$(2) \log_3 3 = 1$$

$$(3) \log_2 64 = 6$$

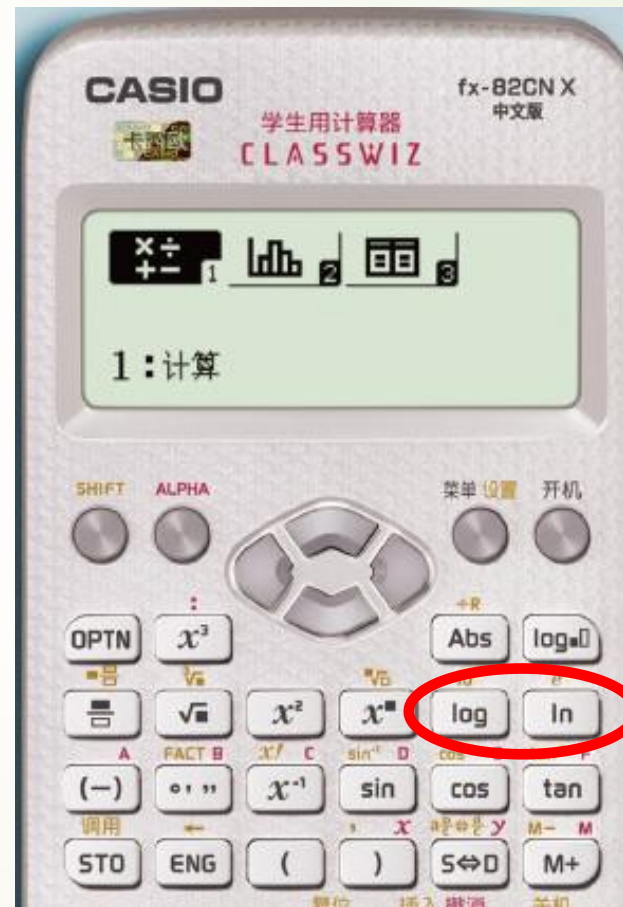
$$(4) \log_{10} 0.1 = -1$$

$$(5) \log_4 2 = \frac{1}{2}$$

# 特殊底的对数

- ▶ 以10为底的对数称为常用对数， $\log_{10} N$ 简记为 $\lg N$ .
- ▶ 以无理数 $e = 2.71828 \dots$ 为底的对数称为自然对数， $\log_e N$ 简记为 $\ln N$ .

# 用计算器求对数的近似值



例3 (1) 用计算器计算下列各对数的值：（结果精确到0.01）

$$\lg 5.24 \approx 0.72$$

$$\lg 348 \approx 2.54$$

$$\lg 0.02 \approx -1.70$$

$$\lg 34.8 \approx 1.54$$

$$\lg 2.83 \approx 0.45$$

$$\lg 0.3 \approx -0.52$$

(2) 观察上述结果，猜想 $\lg N$ 为正（或为负）时， $N$ 的取值范围.

当 $N > 1$ 时， $\lg N > 0$ ；当 $0 < N < 1$ 时， $\lg N < 0$ .

# 课堂小结

- ▶ 今天这节课，你学到了什么？
- ▶ 接下来可以探究什么？



“由于省时省力，对数倍增了  
天文学家的寿命。”

——拉普拉斯



拉普拉斯  
1749-1827

# 作业布置

- ▶ 练习册 4.4 A组 1~4;
- ▶ 探究对数的运算性质.